

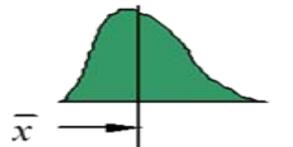
পরিসংখ্যান ক্লাসে স্বাগতম



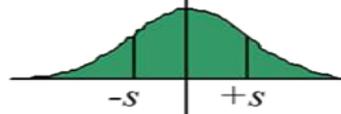
পরিসংখ্যান প্রথম পত্র

পরিঘাত, বক্রিমতা ও সূঁচালতা

First Moment:
mean - measure of location



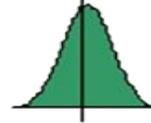
Second Moment:
Standard deviation - measure of spread



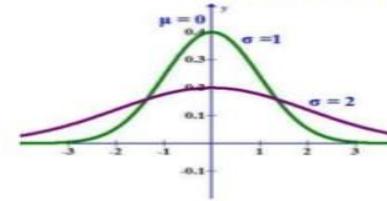
Third Moment:
skewness - measure of symmetry



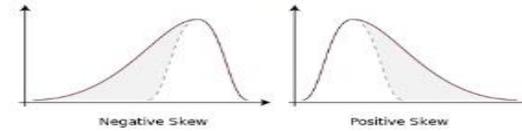
Fourth Moment:
kurtosis - measure of peakedness



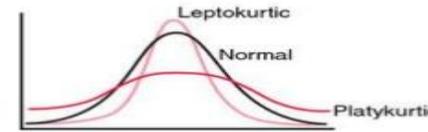
Moments: Tendency & Shape



dispersion



asymmetry



flatness

METHOD OF MOMENTS STATISTICS

(COLLIAS ET AL., 1963)

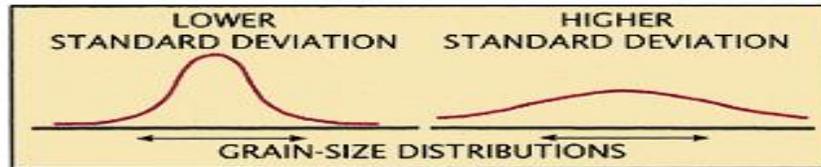
MEAN

$$\bar{x} = \frac{1}{100} \sum f x_i$$

WHERE x_i IS THE MIDPOINT VALUE OF THE SIZE CLASS AND f IS THE FRACTION PERCENTAGE FOR THAT CLASS

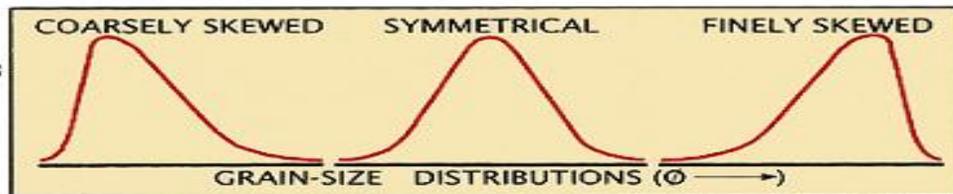
STANDARD DEVIATION

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum f(x_i - \bar{x})^2}{100}}$$



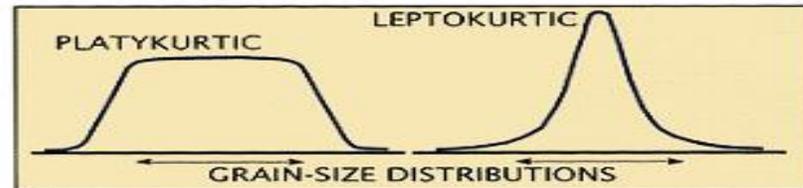
SKEWNESS

$$\alpha_3 = \frac{1}{100 \sigma^{-3}} \sum f(x_i - \bar{x})^3$$



KURTOSIS

$$\alpha_4 = \frac{1}{100 \sigma^{-4}} \sum f(x_i - \bar{x})^4$$



শিখনফলঃ

- পরিঘাতের ধারণা ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- অশোধিত পরিঘাতকে শোধিত পরিঘাতে রূপান্তর করতে পারবে।
- পরিঘাতের প্রয়োজনীয়তা ও ব্যবহার ব্যাখ্যা করতে পারবে।
- পরিঘাতের বৈশিষ্ট্য বা ধর্মাবলী ব্যাখ্যা করতে পারবে।

পরিঘাতঃ

ইংরেজী **Moments** শব্দের বাংলা প্রতি শব্দ হলো পরিঘাত। কোনো তথ্যসারির বা গণসংখ্যা নিবেশনের আকৃতি ও প্রকৃতি নির্ধারণের জন্য তথ্যসারির প্রতিটি মান হতে উহাদের গাণিতিক গড় বা অনুমিত গড়ের ব্যবধানের বিভিন্ন ঘাতের সমষ্টিকে মোট পদসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে পরিঘাত বলে।

পরিঘাতের প্রকারভেদঃ

পরিঘাতঃ

শোধিত পরিঘাত

অশোধিত পরিঘাত

শোধিত পরিঘাতঃ

কোনো তথ্যসারির প্রতিটি মান হতে উহাদের গাণিতিক গড়ের ব্যবধানের বিভিন্ন ঘাতের সমষ্টিকে মোট পদসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে শোধিত বা কেন্দ্রীয় পরিঘাত বলে।
মনে করি, x_1, x_2, \dots, x_n কোনো চলক x এর n সংখ্যক মান যাদের গড় \bar{x} ,
সুতরাং r - তম শোধিত পরিঘাত, $\mu_r = \frac{\sum(x-\bar{x})^r}{n}$

অশোধিত পরিঘাতঃ

কোনো তথ্যসারির প্রতিটি মান হতে উহাদের গাণিতিক গড় ছাড়া অন্য যে কোনো মানের ব্যবধানের বিভিন্ন ঘাতের সমষ্টিকে মোট পদসংখ্যা দ্বারা ভাগ করলে যে মান পাওয়া যায় তাকে অশোধিত বা কাঁচা পরিঘাত বলে।
মনে করি, x_1, x_2, \dots, x_n কোনো চলক x এর n সংখ্যক মান যাদের গড় \bar{x} এবং a যে কোনো একটি সংখ্যা যেখানে $a \neq \bar{x}$, সুতরাং r - তম অশোধিত পরিঘাত, $\mu'_r = \frac{\sum(x-a)^r}{n}$ ।

অশোধিত পরিঘাতকে শোধিত পরিঘাতে রূপান্তরঃ

মনে করি, x_1, x_2, \dots, x_n কোনো চলক x এর n সংখ্যক মান যাদের গড় \bar{x} এবং a যে কোনো একটি সংখ্যা যেখানে $a \neq \bar{x}$,

সুতরাং r – তম শোধিত পরিঘাত, $\mu_r = \frac{\sum(x-\bar{x})^r}{n}$

$$1\text{ম শোধিত পরিঘাত, } \mu_1 = \frac{\sum(x-\bar{x})^1}{n} = \frac{\sum x - n\bar{x}}{n} = \frac{\sum x}{n} - \frac{n\bar{x}}{n} = 0$$

$$2\text{য় শোধিত পরিঘাত, } \mu_2 = \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}$$

$$3\text{য় শোধিত পরিঘাত, } \mu_3 = \frac{\sum(x-\bar{x})^3}{n}$$

$$4\text{র্থ শোধিত পরিঘাত, } \mu_4 = \frac{\sum(x-\bar{x})^4}{n}$$

r – তম অশোধিত পরিঘাত, $\mu_r = \frac{\sum(x-a)^r}{n}$

১ম অশোধিত পরিঘাত, $\mu_1 = \frac{\sum(x-a)^1}{n} = \frac{\sum x - na}{n} = \frac{\sum x}{n} - \frac{na}{n} = \bar{x} - a$

২য় অশোধিত পরিঘাত, $\mu_2 = \frac{\sum(x-a)^2}{n}$
 $= \frac{\sum(x-\bar{x}+\bar{x}-a)^2}{n}$
 $= \frac{\sum\{(x-\bar{x})+(\bar{x}-a)\}^2}{n}$
 $= \frac{\sum(x-\bar{x})^2 + 2 \sum(x-\bar{x})(\bar{x}-a) + \sum(\bar{x}-a)^2}{n}$
 $= \frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n} + \frac{2 \sum(x-\bar{x})(\bar{x}-a)}{n} + \frac{\sum(\bar{x}-a)^2}{n}$
 $= \mu_2 + 2 \cdot \mu_1 \cdot \mu_1 + \mu_1^2$
 $= \mu_2 + 2 \cdot 0 \cdot \mu_1 + \mu_1^2$
 $= \mu_2 + \mu_1^2$

$$\begin{aligned}
\text{৩য় অশোধিত পরিঘাত, } \mu_3 &= \frac{\sum(x-a)^3}{n} \\
&= \frac{\sum(x-\bar{x}+\bar{x}-a)^3}{n} \\
&= \frac{\sum\{(x-\bar{x})+(\bar{x}-a)\}^3}{n} \\
&= \frac{\sum(x-\bar{x})^3 + 3 \sum(x-\bar{x})^2(\bar{x}-a) + 3 \sum(x-\bar{x})(x-a)^2 + \sum(\bar{x}-a)^3}{n} \\
&= \frac{\sum(x-\bar{x})^3}{n} + \frac{3 \sum(x-\bar{x})^2(\bar{x}-a)}{n} + \frac{3 \sum(x-\bar{x})(x-a)^2}{n} + \frac{\sum(\bar{x}-a)^3}{n} \\
&= \mu_3 + 3 \cdot \mu_2 \cdot \mu_1 + 3 \cdot \mu_1 \cdot \mu_1^2 + \mu_1^3 \\
&= \mu_3 + 3\mu_2\mu_1 + 3 \cdot 0 \cdot \mu_1^2 + \mu_1^3 \\
&= \mu_3 + 3\mu_2\mu_1 + \mu_1^3
\end{aligned}$$

অনুরূপভাবে দেখানো যায়,

$$\text{৪র্থ অশোধিত পরিঘাত, } \mu_4 = \mu_4 + 4\mu_3\mu_1 + 6\mu_2\mu_1^2 + \mu_1^4$$

প্রথম চারটি শোধিত পরিঘাতকে অশোধিত পরিঘাতের মাধ্যমে প্রকাশঃ

$$\mu_1 = 0 \quad |$$

$$\mu_2 = \mu_2' - \mu_1'^2 \quad |$$

$$\mu_3 = \mu_3' - 3\mu_2'\mu_1' + 2\mu_1'^3 \quad |$$

$$\mu_4 = \mu_4' - 4\mu_3'\mu_1' + 6\mu_2'\mu_1'^2 - 3\mu_1'^4 \quad |$$

r-তম বা **k**-তম কেন্দ্রিয় পরিঘাত মূল হতে স্বাধীন কিন্তু মাপনীর উপর নির্ভরশীল। অর্থাৎ, $\mu_{r(x)} = c^r \mu_{r(d)}$ ।

প্রথম **n** সংখ্যক স্বাভাবিক সংখ্যার দ্বিতীয় কেন্দ্রিয় পরিঘাত বা ভেদাংক,

$$\text{অর্থাৎ } \mu_2 = \sigma^2 = \frac{n^2 - 1}{12} .$$

পরিঘাতের প্রয়োজনীয়তা ও ব্যবহারঃ

- কোনো গণসংখ্যা নিবেশনের আকৃতি ও প্রকৃতি নির্ধারণের জন্য পরিঘাত ব্যবহৃত হয়।
- মূলবিন্দু হতে নির্ণীত প্রথম কাঁচা পরিঘাত গাণিতিক গড়ের সমান বিধায় এটি কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ হিসেবে ব্যবহৃত হয়।
- দ্বিতীয় কেন্দ্রীয় পরিঘাত ভেদাঙ্কের সমান বিধায় এটি বিস্তার পরিমাপ হিসেবে ব্যবহৃত হয়।
- তৃতীয় কেন্দ্রীয় পরিঘাত কোনো নিবেশনের বক্রিমতা পরিমাপে ব্যবহৃত হয়।
- চতুর্থ কেন্দ্রীয় পরিঘাত কোনো নিবেশনের সূচালতা পরিমাপে ব্যবহৃত হয়।
- বিভিন্ন প্রকার সম্ভাবনা বিন্যাসের বৈশিষ্ট্য নিরপনে পরিঘাত ব্যবহৃত হয়।
- বিভিন্ন ধরনের রাজনৈতিক, অর্থনৈতিক ও সামাজিক তথ্যমালা বিশ্লেষণে পরিঘাত ব্যবহৃত হয়।

পরিঘাতের বৈশিষ্ট্যসমূহঃ

- পরিঘাতের গুরুত্বপূর্ণ বৈশিষ্ট্য বা ধর্মগুলি নিম্নরূপঃ
- পরিঘাত একটি ধ্রুব রাশি।
- পরিঘাতের মান ধনাত্মক, ঋনাত্মক বা শূন্য যে কোনো মান হতে পারে।
- পরিঘাত মূল হতে স্বাধীন কিন্তু মাপনীর উপর নির্ভরশীল।
- প্রথম অশোধিত পরিঘাতের মান গড় ও মূলের বিয়োগফলের সমান।

$$\text{অর্থাৎ, } \mu'_y = \bar{x} - a।$$

- মূলবিন্দুর সাপেক্ষে নির্ণীত প্রথম পরিঘাত গড়ের সমান। অর্থাৎ, $\delta_1 = \bar{x}$ ।
- দ্বিতীয় কেন্দ্রীয় পরিঘাত ভেদাংকের সমান। অর্থাৎ, $\mu_2 = \sigma^2$ ।
- সুষম নিবেশনের বিজোড় কেন্দ্রীয় পরিঘাতের মান শূন্য হয়।
অর্থাৎ, $\mu_1 = \mu_3 = \mu_5 = \dots = \mu_{2n-1} = 0।$

বাড়ির কাজ

কুমিল্লা ভিক্টোরিয়া সরকারি কলেজের দ্বাদশ শ্রেণির ৫০ জন শিক্ষার্থীর পরিসংখ্যান বিষয়ের প্রাপ্ত নম্বরের একটি গণসংখ্যা সারণি দেওয়া হলোঃ

প্রাপ্ত নম্বর	২০-৩০	৩০-৪০	৪০-৫০	৫০-৬০	৬০-৭০	৭০-৮০
শিক্ষার্থীর সংখ্যা	২	৫	১৫	২০	৫	৩

(ক) কেন্দ্রীয় পরিঘাত কী?

(খ) পরিঘাতের মান ঋনাত্মক হতে পারে কি? ব্যাখ্যা কর।

(গ) উদ্দীপকের তথ্যের আলোকে প্রথম চারটি কেন্দ্রীয় পরিঘাত নির্ণয় কর।

ধর্ম্যবাদ